

面向卫星解体碎片清除任务的轨道设计与机动规划

朱阅詠*, 杨震, 罗亚中

国防科技大学空天科学学院, 太空系统运行与控制全国重点实验室

1. 背景

随着人类航天活动的日益频繁, 空间碎片的数量与日俱增。不断累积的空间碎片会对在轨航天器的安全造成严重威胁, 特别是航天器受撞击发生解体后会产生大量高密度的碎片, 若不及时清除很可能会引发凯斯勒效应, 污染整个太空。通过发射航天器开展空间碎片主动清除任务可有效减少碎片的数量, 降低发生级联碰撞的概率。本届周培源力学竞赛“空间轨道设计”赛道的题目即设定为: 面向卫星解体碎片清除任务的轨道设计与机动规划。

2. 问题描述

UTC 时间 2030 年 11 月 11 日 11 时, 一颗近地卫星因被流星撞击发生解体, 产生了 345 颗空间碎片。为了尽可能降低解体碎片对空间环境带来的不利影响, 地面迅速响应, 计划先发射三个可携带大量碎片清除装置的母航天器开展首轮清除任务。母航天器的主要任务是投送碎片清除装置, 投送时段为 UTC 时间 2030 年 11 月 14 日 8 时至 11 月 15 日 8 时。每个母航天器可在投送时段内施加至多 6 次脉冲接近多颗碎片, 然后依次释放清除装置对碎片进行清除, 投送过程如图 1 所示。碎片清除装置具备一定的轨道机动能力, 只要被释放时刻母航天器与碎片的相对位置小于 30 km 且相对速度小于 150 m/s, 即具备清除该碎片的能力。

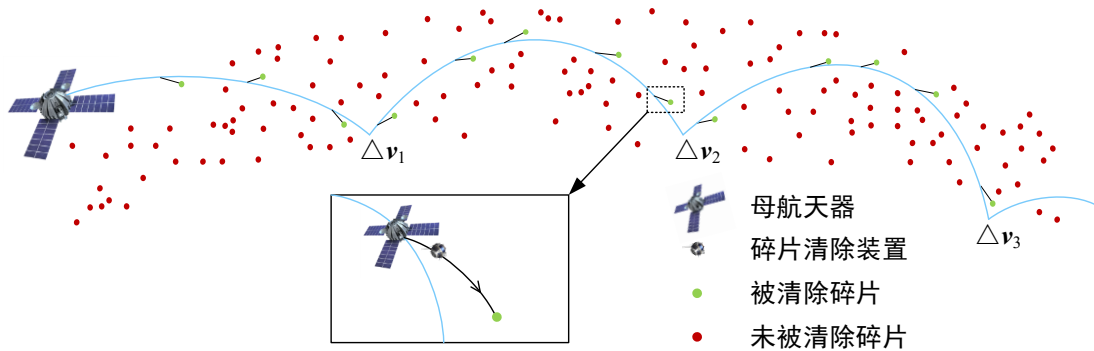


图 1 母航天器开展碎片清除任务过程示意图

* Email: zhuyueche@nudt.edu.cn

为了简化问题，本题不用设计碎片清除装置的释放时刻和释放后的飞行轨道，设定母航天器一旦满足与某颗碎片的相对位置和相对速度约束，即释放一个清除装置，该装置将自主完成对该碎片的清除。**本题的核心任务是部署三个母航天器在任务初始时刻（UTC 时间 2030 年 11 月 14 日 8 时）的位置，然后设计每个母航天器在投送时段内的轨道机动策略，尽早提交能清除掉更多碎片的方案。**

需要说明的是，本题是碎片清除任务的初步方案设计，暂不考虑碎片与母航天器可能的碰撞情况，也即在提交的方案中允许母航天器在某一时刻与碎片的位置重合，认为这些潜在的碰撞可在后续详细方案设计时通过局部调整消除。

3. 动力学模型

3.1 母航天器的动力学模型

母航天器在运动过程中仅考虑地球中心引力和非球形 J_2 项摄动，忽略其它摄动力的影响。在地心惯性坐标系下，母航天器的轨道动力学方程为

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mu}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{a}_{J_2} \quad (1)$$

其中， μ 为地球引力常数， $\mathbf{r} = [x, y, z]^T$ 为母航天器的位置矢量， $\mathbf{a}_{J_2}$ 为地球扁率引起的 J_2 项摄动加速度，其表达式为

$$\mathbf{a}_{J_2} = \frac{3}{2} \frac{\mu J_2 R_E^2}{r^5} \begin{bmatrix} 5 \frac{xz^2}{r^2} - x \\ 5 \frac{yz^2}{r^2} - y \\ 5 \frac{z^3}{r^2} - 3z \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中， R_E 为地球赤道平均半径， J_2 为摄动项系数。

母航天器采用大推力化学推进器，机动过程近似为瞬时脉冲。设地心惯性坐标系下的脉冲矢量为 $\Delta \mathbf{v}$ ，脉冲前后时刻分别记为 t^- 和 t^+ ，母航天器的位置 $\mathbf{r}$ 和速度 $\mathbf{v}$ 的变化满足如下方程：

$$\begin{cases} t^+ = t^- \\ \mathbf{r}(t^+) = \mathbf{r}(t^-) \\ \mathbf{v}(t^+) = \mathbf{v}(t^-) + \Delta \mathbf{v} \end{cases} \quad (3)$$

3.2 碎片的动力学模型

碎片在运动过程中仅考虑地球中心引力和 J_2 项一阶长期摄动, 在某一时刻 t 的状态可表示为:

$$\begin{cases} a = a_0, & e = e_0, & i = i_0 \\ \Omega = \Omega_0 - \frac{3}{2} J_2 \left(\frac{R_E}{p} \right)^2 n \cos i (t - t_0) \\ \omega = \omega_0 + \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_E}{p} \right)^2 n (5 \cos^2 i - 1) (t - t_0) \\ M = M_0 + \left[n + \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_E}{p} \right)^2 n \sqrt{1 - e^2} (3 \cos^2 i - 1) \right] (t - t_0) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $\{a_0, e_0, i_0, \Omega_0, \omega_0, M_0\}$ 为碎片在 t_0 时刻的轨道根数, $\{a, e, i, \Omega, \omega, M\}$ 为碎片在 t 时刻的轨道根数, $p = a(1 - e^2)$ 为半通径, $n = \sqrt{\mu/a^3}$ 为平均角速度。

4. 评价指标

本题的优化目标为最大化总的碎片清除数量 N 。此外, 对于更早提交正确结果的队伍, 本题设置如下奖励系数:

$$B = 1 + 0.5 \left(\frac{t_{end} - t_{submission}}{t_{end} - t_{start}} \right)^2 \quad (5)$$

其中, t_{start} 为竞赛开始时刻, $t_{submission}$ 为提交结果验证的时刻, t_{end} 为竞赛结束时刻。本题要求最大化如下评价指标:

$$J = B \cdot N \quad (6)$$

5. 约束条件

(1) 任务时段约束

母航天器只能在 UTC 时间 2030 年 11 月 14 日 8 时至 11 月 15 日 8 时之间投送碎片清除装置。

(2) 母航天器数量与机动次数约束

母航天器数量不超过 3 个, 每个母航天器在任务时段内至多施加 6 次脉冲。

(3) 母航天器轨道高度约束

母航天器在任务时段内的轨道高度不能低于 200 km。

（4）碎片清除装置约束

每个清除装置只能清除一颗碎片，当母航天器与碎片的相对位置小于 30 km 且相对速度小于 150 m/s 时，才会释放一个清除装置并自主完成对该碎片的清除。

（5）碎片清除次数约束

同一颗碎片至多被清除一次，若在任务时段内有多个母航天器或者同一母航天器在多个时刻接近同一颗碎片，则默认在第一次接近的时候将其清除。

6. 方案设计与结果提交

（1）方案设计

打开 ATK 软件，导入 ZPY15.xml 即可看到任务初始时刻 345 颗碎片的分布情况。本题的主要设计内容为母航天器的初始部署位置和投送时段内的轨道机动方案。在 ATK 软件中，添加一个母航天器、添加母航天器的机动脉冲和轨道预报、分析母航天器与碎片的接近情况等实现方法详见附件 1。

（2）结果验证与提交

竞赛专用版 ATK 软件内置了结果验证工具。在软件右上方点击“ZPY15 验证”即进入结果验证页面，再点击“计算”按钮即可对当前方案进行验证，如图 2 所示，软件会自动给出当前方案的评价指标以及是否违反约束的情况。

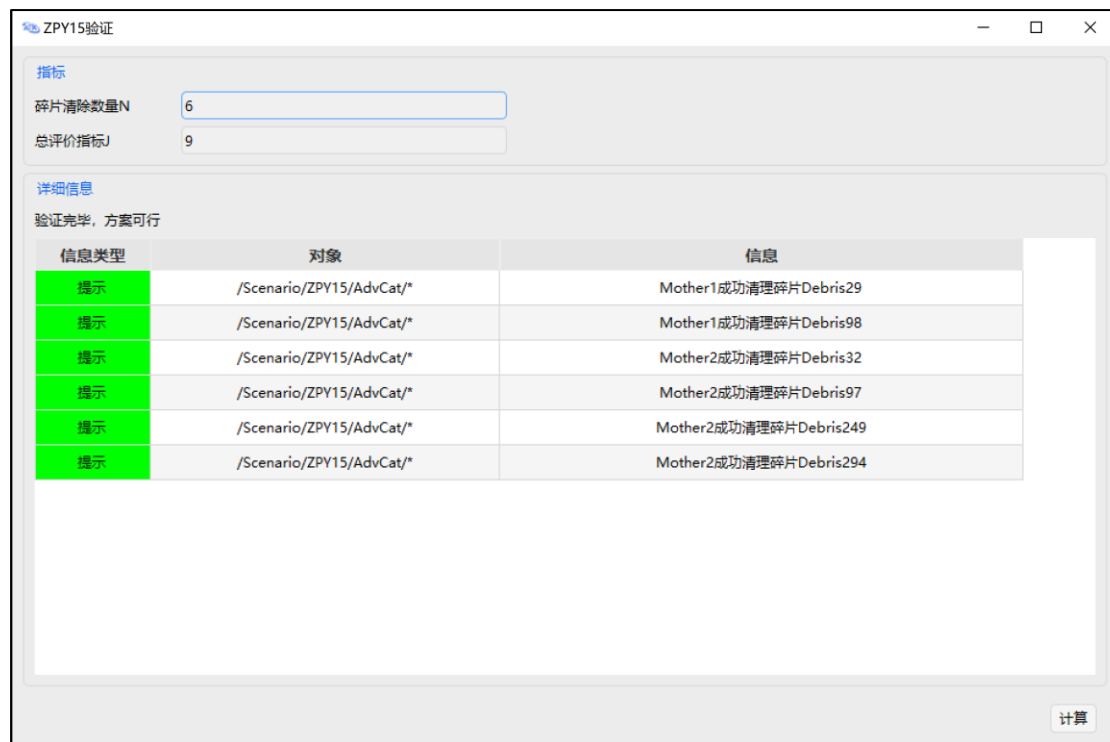


图 2 ATK 软件中的 ZPY15 结果验证页面

将线下验证通过的 xml 场景文件保存并上传到竞赛网站上进行复核，复核通过并提交即可在排行榜上显示该结果。竞赛结束前可不断更新自己的设计方案，排行榜上只会显示每个队伍提交的最好方案。需要说明的是，网站上的结果验证工具与 ATK 软件中的结果验证工具相同，能通过线下验证的设计方案均能通过线上验证，但由于验证时刻不同，即使是同一个方案，线上和线下给出的总评价指标 J 也会稍有不同。

(3) 常用参数设定

本题中用到的常数取值如表 1 所示。

表 1 常数取值

符号	含义	数值	单位
R_E	地球赤道平均半径	6378137	m
ω_E	地球自转角速率	7.2921151467e-5	rad/s
μ	地球引力常数	3.986004418e14	m ³ /s ²
J_2	摄动项系数	从所选取的重力场系数文件 EGM96 中读取	-