

飞行器的升力、阻力及升力与环量定理的起源

刘沛清¹⁾ 郭知飞

(北京航空航天大学陆士嘉实验室, 北京 100191)

摘要 本文介绍了空气动力学中几个基本概念与定律的起源。其中, 升力与阻力分别是空气对物体作用力的两个方向上的分量, 它们均是由空气与物体的相对运动而产生的, 并与该运动速度的平方成正比。库塔儒可夫斯基升力环量定理给出了翼型升力与翼型绕流之间的关系, 开启了 20 世纪早期各国对翼型性能的研究。同时, 鉴于理想流体圆柱绕流无阻力的理论结果与实验观察存在的矛盾开始激发人们对黏性流体运动的研究兴趣, 并由此诞生了纳维斯托克斯方程组。而后普朗特提出边界层概念, 巧妙解决了局部流动与整体流动的关系问题。针对大展弦比直机翼, 普朗特又提出了基于升力线假设的升力线模型, 并根据翼型气动数据得到三维机翼的气动性能。

关键词 空气动力学, 库塔儒可夫斯基定理, 升力线模型

中图分类号: V211.41 文献标识码: A doi:10.6052/1000-0879-19-162

DERIVATION OF LIFT, DRAG AND THE KUTTA-JOUKOWSKI THEOREM FOR AIRCRAFTS¹⁾

LIU Peiqing¹⁾ GUO Zhifei

(Lushijia Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract Several fundamental concepts and laws in aerodynamics are introduced and summarized in the article. Lift and drag are the two components of the air's force on the object respectively. They are caused by the relative motion of the object and the air, and proportional to the square of the speed of the motion. The Kutta-Joukowski theorem gives the relationship between the airfoil lift and the airfoil flow, and sparked the study of airfoil performance in the early 20th century. Furthermore, the contradiction between the calculation conclusion of the inviscid flow around a cylinder and the experimental observations inspired the study of the viscous flow motion, therefore the Navier-Stokes equation was born. Then Prandtl proposed the concept of boundary layer and skillfully solved the relationship between local flow and overall flow. For the wings with large aspect ratio, Prandtl proposed a lift surface model based on the lift line assumption, which can obtain the aerodynamic performance of the wing based on the performance of the airfoil.

Key words aerodynamics, Kutta-Joukowski theorem, lift surface model

本文于 2019-04-25 收到。

1) 刘沛清, 教授, 主要研究方向为空气动力学。E-mail: lpq@buaa.edu.cn

引用格式: 刘沛清, 郭知飞. 飞行器的升力、阻力及升力与环量定理的起源. 力学与实践, 2019, 41(6): 739-744

Liu Peiqing, Guo Zhifei. Derivation of lift, drag and the Kutta-Joukowski theorem for aircrafts. *Mechanics in Engineering*, 2019, 41(6): 739-744

1 飞行器的升力和阻力

众所周知,空气动力学是研究物体与空气之间存在相对运动时(物体在静止空气中的运动,或者静止物体被运动的空气绕过),物体所受的空气动力及其空气运动的规律。空气对物体的作用力在垂直于来流方向的分力体现为升力,其是使物体离开地面的作用力。而在平行于来流方向的分力体现为阻力,其对物体在空气中运动起阻力作用。

长期以来人类渴望像小鸟一样在空中自由飞翔,有许多美丽而玄妙的神话与传说都与飞行有关,譬如古希腊与古罗马的架战车飞行、羽衣飞行、丘比特飞行射箭以及中国的飞车、嫦娥奔月。这些美妙的传说,无一不表现出人类对翱翔天空、凌云御风的遐想。但作为科学记载,最早对空气流动给出描述的应属古代先哲、古希腊科学家亚里士多德(Aristotle,公元前384—公元前322)。公元前350年,亚里士多德首先给出了一种描述空气的连续性模型,发现物体在连续空气中运动时会受到阻力。公元前250年,古希腊科学家阿基米德(Archimedes,公元前287—公元前212),提出流体静力学原理(即物体在静止水体中的浮力定理),发现在水体中存在压差时,水体将发生运动。

经过黑暗的中世纪进入文艺复兴时期,意大利全才科学家达·芬奇(Leonardo Da Vinci, 1452—1519)通过对鸟飞行的大量观测与研究,发现在鸟翼下翼面存在高密度、高压的空气,从而使鸟翼受到向上的力(升力),认为鸟是一台按照数学法则(力平衡法则)工作的仪器,在飞行时鸟的重心与压力中心不重合,以及对空气流动和流线型物体可以减阻等给出定性描述。

据记载,1673年法国物理学家马略特(Edme Mariotte, 1620—1684)通过大量水射流对平板冲击力测量试验首次发现,平板的升力与来流速度的平方成正比。1668年,荷兰物理学家惠更斯(Christiaan Huygens, 1629—1695)在研究物体降落时,发现物体的阻力正比于速度的平方,而非达芬奇的一次方。

微积分问世后,科学研究进入到量化的时代,其中创立的连续可微函数与质点力学结合的经典连续介质力学理论,构成力学快速发展的理论基础。在1687年,英国科学家牛顿(Isaac Newton, 1642—1726,如图1所示)在其著的《自然哲学之数学原理》中首次提出作用于机翼上的升力和阻力正比于飞行速度 V_∞ 的平方、机翼面积 S 和空气密度 ρ 。

英国乔治·凯利(George Cayley, 1773—1857)被称为经典空气动力学之父,对鸟类飞行原理进行了大量的研究,通过对鸟翼面积、鸟的体重和飞行速度的观察,估算出速度、翼面积和升力之间的关系,发现机翼的升力除正比于飞行速度的平方和机翼面积外,还随机翼的迎角发生变化。同时建议,人造飞行器应该将推进动力和升力面分开考虑。

$$L \propto V_\infty^2 SC_L(\alpha)$$

经过后人努力,给出的表达式

$$L = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 SC_L, \quad D = \frac{1}{2} \rho V_\infty^2 SC_D$$

其中, C_L 和 C_D 分别为升力系数和阻力系数。

美国兰利(Langley, Samuel Pierpont, 1834—1906)也提出了机翼升力计算公式。德国工程师和滑翔飞行家李林达尔(Otto Lilienthal, 1848—1896)开始制造滑翔机,他是制造与实践固定翼滑翔机的航空先驱者之一,并在柏林附近试飞2000多次,积累了丰富的资料,为日后美国莱特兄弟实现动力飞行提供了宝贵的经验。英国空气动力学家兰彻斯特(Lanchester FW, 1868—1946,如图2所示),在1891年的论文中指出重于空气飞行器

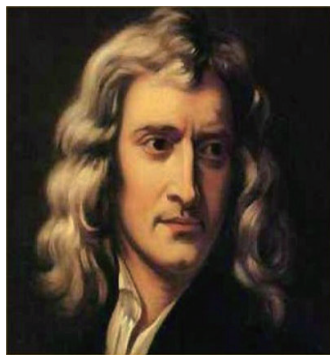


图1 英国物理学家牛顿



图2 英国流体力学家兰彻斯特

的飞行原理, 发现了机翼的翼尖涡 (如图 3 所示), 1894 年首先解释了机翼产生升力的原理, 提出了正确的计算方法。美国莱特兄弟 (威尔伯·莱特, Wilbur Wright, 1867—1912, 如图 4 左; 奥维尔·莱特, Orville Wright, 1871—1948, 如图 4 右), 是两个既有实践经验又有理论知识, 且富有想象力和远见的工程师在 1903 年 12 月 27 日, 奥维尔·莱特驾驶他们设计制造的“飞行者一号”首次试飞成功, 这是人类历史上第一架有动力、载人、持续、稳定、可操纵的飞行器。从此开创了动力飞行的新纪元。其后, 飞机的发展推动了空气动力学的迅速发展。

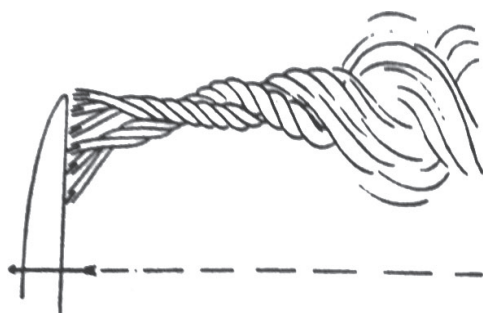


图 3 兰彻斯特给出的机翼翼梢涡

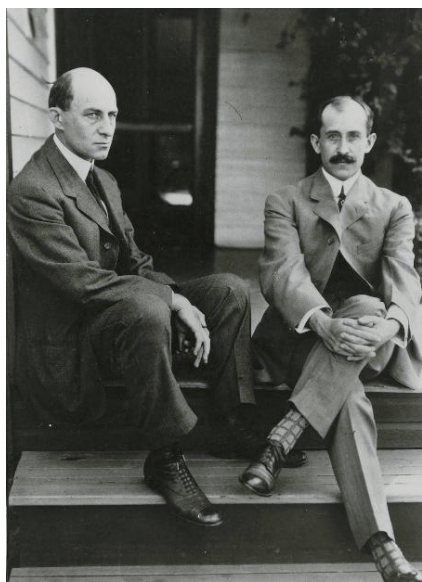


图 4 美国飞机发明家莱特兄弟

2 升力与环量定理

17 世纪后期, 英国科学家牛顿和德国科学家莱布尼茨 (Gottfried Wilhelm Leibniz, 1646—1716) 发明微积分后, 数学和力学家们很快将微积分的连续可微函数与质点力学理论结合起来, 建立了经典连续介质力学, 这为流体力学和空气动力学的发展

奠定了坚实的理论基础。1738 年瑞士科学家伯努利 (Daniel Bernoulli, 1700—1782, 如图 5 所示) 将质点的动能定理用于同一理想流体微元流管上, 导出了一元流机械能守恒方程, 即著名的理想流体定常流动能量方程 (后称为伯努利方程)。对于理想不可压缩流体的定常流动, 在不计质量力的情况下, 伯努利方程表明, 沿同一条流线上单位质量流体质点的压强势能和动能之和为常数, 即

$$\frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C$$



图 5 瑞士数学家与流体力学家伯努利

伯努利方程的发现, 正确地回答了机翼上翼面吸力对升力的贡献缘由。后来的风洞试验表明: 对于翼型而言, 上翼面吸力的贡献约占翼型总升力的 60%~70%。1755 年瑞士数学家与流体力学家欧拉 (Leonhard Euler, 1707—1783, 如图 6 所示), 受伯努利建立能量方程的思想启发, 提出描述流体运动的欧拉方法, 并基于连续介质假设和理想流体模型, 利用牛顿第二定理建立了理想流体运动微分方程组, 即欧拉方程组

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

对于质量力有势、理想不可压缩流体的定常流动, 沿着流线积分欧拉方程组, 可得到伯努利方程。进一步研究表明, 不仅沿着同一条流线满足伯努利方程, 沿着同一条涡线、势流流场、螺旋流均满足伯努利方程, 大大扩大了伯努利方程的应用范围。进入 19 世纪, 流体力学重点发展了理想流体无旋运动的求解, 建立了理想流体旋涡运动理论和黏性流体运动微分方程组等。1858 年德国流体力学家亥姆霍兹 (Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz, 1821—1894), 提出流体质团的速度分解定理, 同时

研究了理想不可压缩流体在有势力作用下的有旋运动,提出亥姆霍兹旋涡运动的三大定律,即沿涡管的涡强不变定律、涡管保持定律和涡强守恒定律,建立了理想流体旋涡运动理论。在流场中任取一条封闭曲线,速度沿该封闭曲线的线积分称为绕该封闭曲线的速度环量,速度环量的符号不仅决定于流场的速度方向,而且与封闭曲线的绕行方向有关,规定积分时逆时针绕行方向为正。根据Stokes线积分与面积分公式,在速度矢量场中,沿任意封闭曲线的速度环量等于该封闭曲线所张的任意曲面的涡通量。即

$$\Gamma = \oint_L \mathbf{V} \cdot d\mathbf{s} = \iint_S 2\boldsymbol{\omega} \cdot d\mathbf{S} = \iint_S \nabla \times \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}$$

其中, Γ 为通过围线 L 区域内的涡强(速度环量); $\mathbf{V}$ 为速度场; $\boldsymbol{\omega}$ 为流体微团的旋转角速度; $\nabla \times \mathbf{V} = 2\boldsymbol{\omega}$ 为流体微团的涡量。



图6 瑞士数学家与流体力学家欧拉

为了确定弄清楚翼型升力原理,1902年德国数学家库塔(Martin Wilhelm Kutta, 1867—1944)和1906年俄国物理学家儒可夫斯基(Joukowski N, 1847—1921,如图7所示),将有环量圆柱绕流升力计算公式推广到任意形状物体绕流,提出对于任意形状物体的绕流,只要存在速度环量,就会产生升力,升力方向沿着来流方向按反环量旋转 90° ,后人称为库塔儒可夫斯基升力环量定理(如图8所示)。即

$$L = \rho V_\infty \Gamma$$

式中, L 为作用在绕流物体上的升力, ρ 为来流空气密度, V_∞ 为来流速度, Γ 为绕流物体的速度环量。1909年儒可夫斯基利用复变函数的保角变换研究了理想流体翼型定常绕流,提出著名的儒可夫斯基翼型理论(如图9所示)。在第一次世界大战期间,交

战各国都在实践中摸索出一些性能较好的翼型。如儒可夫斯基翼型、德国Gottingen翼型,英国的RAF翼型(Royal Air Force英国皇家空军;后改为RAE翼型,Royal Aircraft Establishment为皇家飞机研究院),美国的Clark-Y等。20世纪30年代以后,出现美国NACA翼型(National Advisory Committee for Aeronautics,后来为NASA,National Aeronautics and Space Administration)和前苏联的ЦАГИ翼型(中央流体研究院)。美国国家航空咨询委员会(缩写为NACA,现为NASA)在20世纪30年代后期,对翼型的性能作了系统的研究(如图10所示),提出了NACA四位数翼族和五位数翼族等,如图11所示。



图7 尼古拉·叶戈罗维奇·儒可夫斯基,俄罗斯科学家

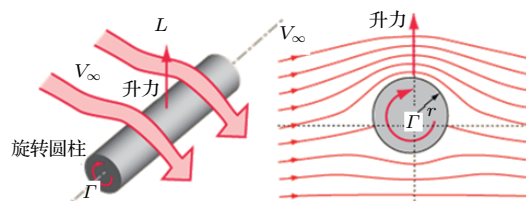


图8 儒可夫斯基升力环量定理

与此同时,鉴于理想流体圆柱绕流无阻力结论与实际不符,人们开始研究黏性流体运动,经1822年法国工程师纳维(Claude-Louis Navier, 1785—1836)开始,最后由1845年英国科学家斯托克斯(George Gabriel Stokes, 1819—1903)在剑桥大学三一学院完成了牛顿流体运动微分方程组的推导,即著名的纳维斯托克斯(Navier-Stokes)方程组,简称N-S方程组。对于不可压缩黏性流体运动的微分方程组,其矢量形式为

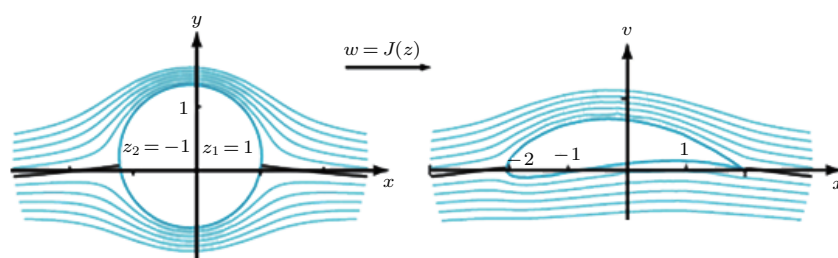


图9 儒可夫斯基翼型

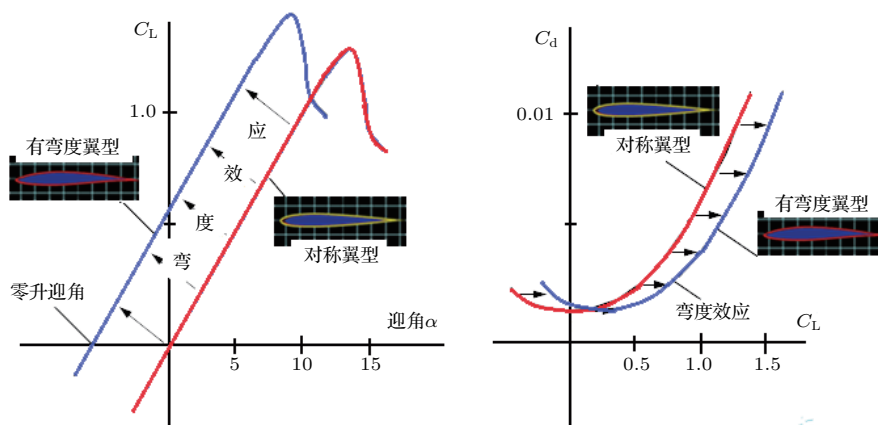


图10 翼型的升力系数与阻力系数

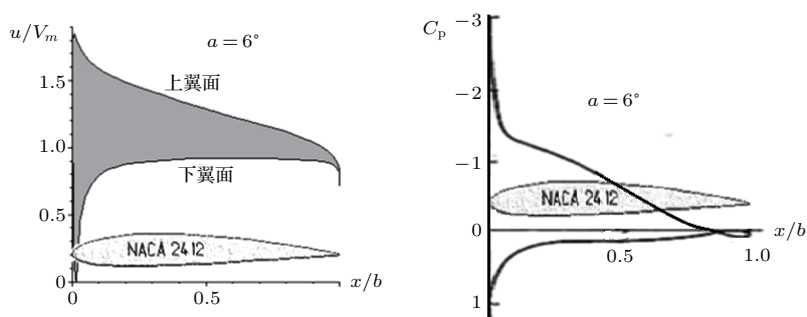


图11 NACA2412翼型上下翼面上的速度和压强分布

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{f} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{V}$$

这个方程组说明, 导致流体微团加速度变化的是作用于流体微团上的质量力、压强差力(表面法向力)和黏性力。1904年世界流体力学大师德国力学家普朗特(Ludwig Prandtl, 1875—1953, 如图12所示), 在德国海德堡第三次国际数学年会上发表了一篇论小黏性流体运动的论文, 提出著名的边界层概念, 深刻阐述了绕流物体在大雷诺数情况下表面受黏性影响的边界层流动特征及其控制方程, 巧妙地解决了整体流动和局部流动的关系问题, 从而为解决黏性流体绕过物体的阻力问题找到了新的途径(如图13所示), 起到划时代的里程碑作用。

图12 世界流体力学大师、德国力学家
路德维希·普朗特

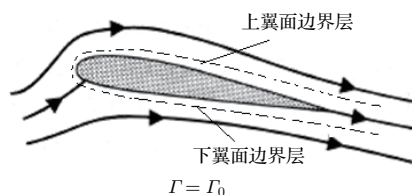


图 13 翼型绕流边界层发展

1911 年至 1918 年, 普朗特通过风洞试验发现, 大展弦相比的直机翼(机翼前缘后掠角小于 20° , 展弦比大于 5) 绕流, 因受展向流动的影响, 绕过机翼的流动可用直匀流叠加附着涡(线)和自由涡面的模型取代(如图 14 所示), 附着涡和自由涡面之间用无数条 Π 形马蹄涡联系, 称为升力线模型。该气动模型之所以符合实际绕流, 原因如下: (1) 该模型符合沿一根涡线强度不变的要求, 且不能在流体中中断的理想流体涡强不变定理; (2) Π 形马蹄涡垂直来流的部分是附着涡, 可代替机翼的升力作用, 展向各剖面上通过的涡线数目不同, 附着涡强度也不同。其中, 中间剖面通过的涡线最多, 环量最大; 翼端剖面无涡线通过, 环量为零, 模拟了环量和升力的展向分布(椭圆分布最佳)。由此可见, 附着涡的强度沿展向是变化的, 与剖面升力分布相同, 在翼梢处为零, 在翼根处最大; (3) Π 形马蹄涡系平行来流且拖向下游无限远, 模拟了自由涡面。由于展向相邻两剖面间拖出的自由涡强度等于这两个剖面上附着涡的环量差, 从而建立了展向自由涡线强度与机翼上附着涡强之间的关系; (4) 对大展弦比直机翼, 由于弦长比展长小得多, 因此可以近似将机翼上的附着涡系合并成一条展向变强度的附着涡线, 各剖面的升力就作用在该线上, 称其升力线假设。因为低速翼型的升力增量在焦点处, 约在 $1/4$ 弦点, 因此附着涡线可放在展向各剖面的 $1/4$ 弦点的连线上, 此线即为升力线。升力线理论是求解大展弦比直机翼的近似势流理论。可在知道机翼平面形状和翼型气动数据后, 就能够求出环量分布、剖面升力系数分布及整个机翼的升力系数、升力线斜率以及诱导阻力系数。其突出的优点是可以明确地给出机翼平面参数对机翼气动特性的影响。

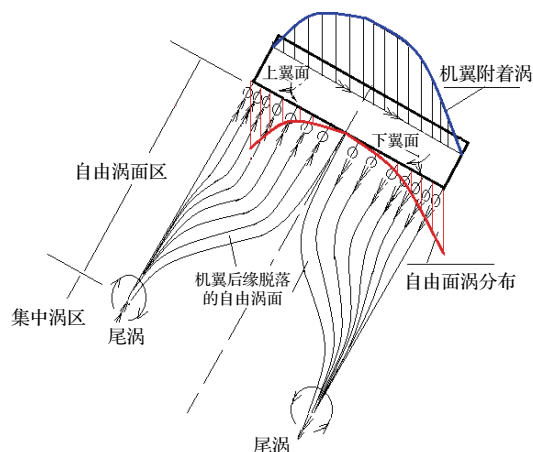


图 14 大展弦比直机翼附着涡与自由涡关系

3 结论

本文对空气动力学中一些关键的基本概念和定律进行了介绍, 总结了人们对这些自然规律的认识过程, 从早期的试验观察定性描述到后期的数学推导定量结论, 从无黏流体流动到考虑黏性的运动, 可以说是一步步深化的, 从而也构成了空气动力学发展历史。此外, 许多复杂的空气动力学现象都可以用这些基础的定理来解释, 因此要掌握空气动力学中的基本分析方法, 应对基础理论倍加重视。

参 考 文 献

- 1 刘沛清. 流体力学通论. 北京: 科学出版社, 2017
Liu Peiqing. General Theory of Fluid Mechanics. Beijing: Science Press, 2017
- 2 徐华舫. 空气动力学基础. 北京: 北京航空学院出版社, 1987
Xu Huafang. Aerodynamics. Beijing: Beijing Aviation Academy Press, 1987
- 3 钱翼稷. 空气动力学. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2004
Qian Yisu. Aerodynamics. Beijing: Beihang University Press, 2004
- 4 陈再新, 刘福长, 鲍国华. 空气动力学. 北京: 航空工业出版社, 1993
Chen Zaixin, Liu Fuchang, Bao Guohua. Aerodynamics. Beijing: Aviation Industry Press, 1993

(责任编辑: 胡 漫)