

## 第七届全国周培源大学生力学竞赛试题参考答案

### 一、小球在高脚玻璃杯中的运动(20 分)

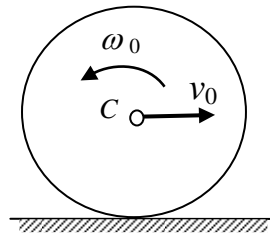
当小球自杯子的边缘由静止释放后沿杯子的内侧滑下到与铅垂方向夹角  $\varphi \approx 63.4^\circ$  时，高脚玻璃杯侧倾（一侧翘起）。

### 二、杂耍圆环(40 分)

1. 圆环不是匀质的，质心不在圆环的中心。开始滚动角速度大，圆环一跳一跳地向前滚动；随后角速度减小，所以圆环不离开地面向前滚动。

2. (1) 圆环自己滚回的条件为：

$$\omega_0 > \frac{v_0}{r} \quad \text{方向如图所示。}$$



(2) 距离：
$$s = \frac{1}{2} \cdot g f_s \cdot (t_1 - t_2)^2 = \frac{(r\omega_0 - v_0)^2}{8g f_s}$$

(3) 圆环能不脱离接触地爬上台阶所应满足的条件为：
$$4r^2hg < v_1^2(2r - h)^2 < 4r^2(r - h)g$$

3. 当接触点 A 与圆环中心 C 的连线与铅垂线间的夹角  $\alpha = \arctan \frac{r}{\delta} - \arctan f_t$  时，推力  $F$  取最小值。

### 三、趣味单杠(30 分)

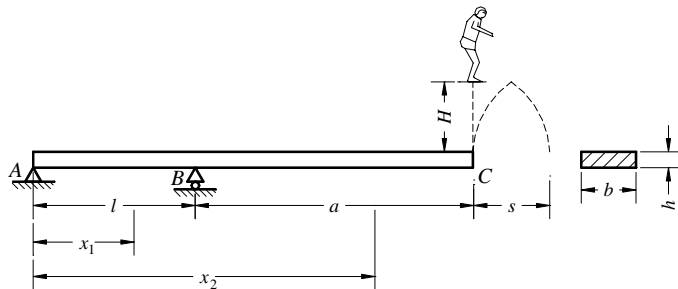
(1) 结构中的最大应力  $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = 143\text{MPa} < [\sigma]$

(2) 结构中的最大应力  $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = 132\text{MPa} < [\sigma]$

(3) 在结构中增加拉杆后，(2) 中为反对称结构，在对称面上只有反对称内力，故  $AB$  杆轴力为零，无影响；(1) 中为对称结构，在对称面上只有对称内力，故  $AB$  杆轴力不为零，有影响。

### 四、跳板跳水(30 分)

(1) 根据跳板的受力情况，可以将其简化为下图所示外伸梁。



(2) 最小水平速度为  $v = s/2t = 0.714\text{m/s}$

(3) 跳板的最大动应力为  $\sigma_{d\max} = K_d \frac{M_B}{W} = 78.02\text{MPa}$

(4) 如运动员为弹性体，冲击时跳板中的最大动应力将减小。

(5) 跳板的最大动应力为  $\sigma_{d\max} = K_d \frac{M_{\max}}{W} = \frac{6K_d}{bh^2} \left( Ga + \frac{1}{2} \frac{\gamma bha}{g} a \right) = 71.06 \text{ MPa}$