

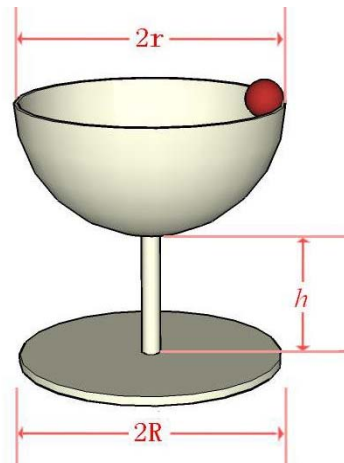
第七届全国周培源大学生力学竞赛试题

出题学校：西北工业大学

满分：120 分 时间：3 小时

一、小球在高脚玻璃杯中的运动(20 分)

一半球形高脚玻璃杯，半径 $r=5\text{cm}$ ，其质量 $m_1=0.3\text{ kg}$ ，杯底座半径 $R=5\text{ cm}$ ，厚度不计，杯脚高度 $h=10\text{ cm}$ 。如果有一个质量 $m_2=0.1\text{kg}$ 的光滑小球自杯子的边缘由静止释放后沿杯的内侧滑下，小球的半径忽略不计。已知杯子底座与水平面之间的静摩擦因数 $f_s=0.5$ 。试分析小球在运动过程中：(1) 高脚玻璃杯会不会滑动；(2) 高脚玻璃杯会不会侧倾（即一侧翘起）。



二、杂耍圆环(40 分)

1. 杂技演员将一个刚性圆环沿水平地面滚出，起始圆环一跳一跳地向前滚动，随后不离开地面向前滚动，为什么？

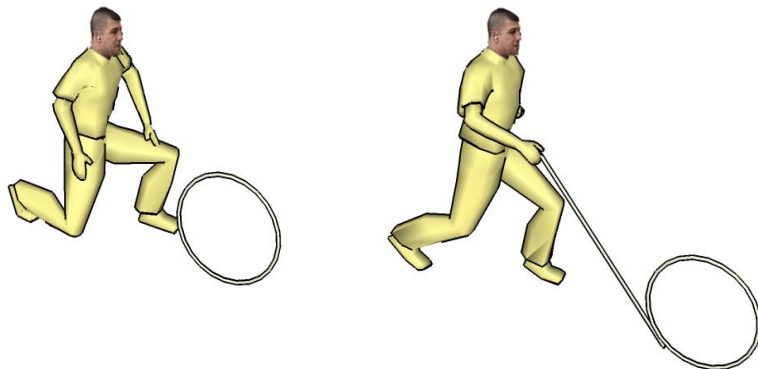
2. 杂技演员拿出一个匀质圆环，沿粗糙的水平地面向前抛出，不久圆环又自动返回到演员跟前。设圆环与地面接触瞬时圆环中心 O 点的速度大小为 v_0 ，圆环的角速度为 ω_0 ，圆环半径为 r ，质量为 m ，圆环与地面间的静摩擦因数为 f_s ，不计滚动摩擦阻，试问：

(1) 圆环能自己滚回来的条件是什么？

(2) 圆环开始向回滚动直到无滑动地滚动，在此运动过程中，圆环所走过的距离是多少？

(3) 当圆环在水平地面上无滑动地滚动时，其中心的速度大小为 v_1 ，圆环平面保持在铅垂平面内。试分析圆环碰到高为 $h(h < \frac{r}{2})$ 的无弹性台阶后，能不脱离接触地爬上该台阶所应满足的条件。

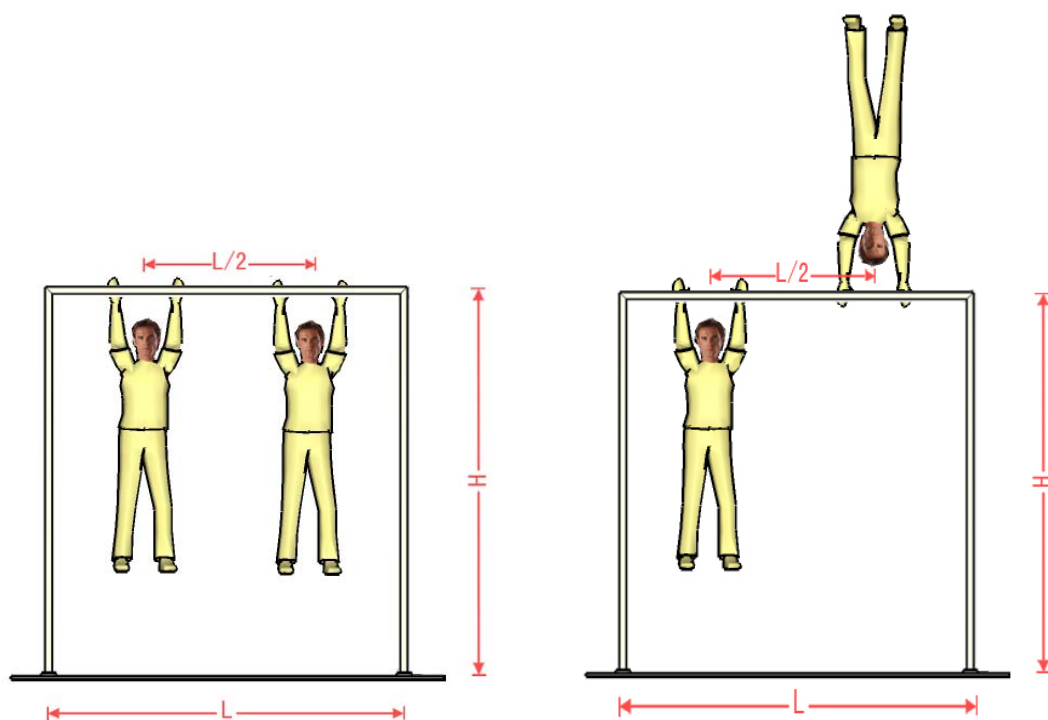
3. 演员又用细铁棍推动题 2 中匀质圆环在水平地面上匀速纯滚动，假设圆环保持在铅垂平面内滚动，如图所示。又知铁棍与圆环之间的静摩擦因数为 f_t ，圆环与地面间的滚动摩擦阻系数为 δ 。试求为使铁棍的推力（铁棍对圆环的作用力）最小，圆环上与铁棍的接触点的位置。



三、趣味单杠(30 分)

单杠运动是奥运会、世界体操锦标赛、世界杯体操比赛中男子体操比赛项目之一。单杠是体操比赛中最具观赏性的项目，也是观众最喜欢的运动，在学校和健身场所拥有众多的爱好者，小李和小张就是其中之一。一天，他们准备在单杠上进行大回环比赛。假设单杠的横杆和立柱均为直径 $D=28\text{mm}$ 的钢杆，弹性模量 $E=200\text{GPa}$ ，许用应力 $[\sigma]=160\text{MPa}$ ，横杆长 $L=2.4\text{m}$ ，立柱高 $H=2.6\text{m}$ 。立柱与地面、横杆与立柱之间均为固定联结。假设两人旋转到单杠所在平面内时的惯性载荷均为 $F=1000\text{N}$ ，不计人的自重。

1. 试分析两人同步旋转到单杠所在平面内时，结构中的最大应力。
2. 若两人相差 180° 旋转到单杠所在平面内，对结构中的最大应力有什么影响。
3. 为提高结构承载能力，有人提出在单杠距地面 0.6m 处增加一个直径 20mm 的拉杆。试定性分析该杆对上述两种情况的影响。



四、跳板跳水(30 分)

举世瞩目的第 29 届北京奥林匹克运动会上，具有“梦之队”之称的中国跳水队获得了跳水比赛 8 枚金牌中的 7 枚，囊括了 3m 跳板跳水的 4 枚金牌。Duraflex 的 Maxiflex Model B 跳水板是奥林匹克跳水比赛和国际级跳水比赛唯一指定使用的产品，它的具体尺寸如图所示，其中横截面尺寸为 $b=0.5\text{m}$ ， $h=0.05\text{m}$ ，跳板的弹性模量 $E=70\text{GPa}$ ，比重 $\gamma=25\text{kN/m}^3$ ， $a=3.2\text{m}$ ， $l=1.6\text{m}$ 。运动员从跳板上上跃至距地面最高点后落至跳板端点 C ，再从跳板上弹起至空中完成动作后落水。若运动员体重 $G=700\text{N}$ ，最大弹跳高度 $H=0.6\text{m}$ ，取 $g=9.8\text{m/s}^2$ 。

1. 根据所学知识，建立相应的力学分析模型。
2. 为保证运动员落水安全，运动员从空中落入水中时，在跳板所在平面处，运动员质心距跳板 C 端最小距离 s 应大于 0.5m 。试求运动员从跳板上跃时所需最小水平速度（假设水平方向为匀速运动）？
3. 不计跳板质量，将运动员视为刚体时，运动员冲击跳板时，跳板中的最大动应力为多少？
4. 如运动员为弹性体，定性说明在冲击时跳板中的最大动应力增大还是减小？
5. 如考虑跳板质量，试计算跳板中的最大动应力。

